Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Grenzen und Ränder

Dem Andenken an meinen verstorbenen Freund Prof. Dr. Linus Brunner zu seinem 26. Todestag am 3.12.2013 gewidmet.

1. Ordnet man die zehn Peirceschen Zeichenklassen nach ihren trichotomischen Subrelationen vom Grade n und stellt man sie zu Paaren der Form <n, n+m> mit m ≧ 1 zusammen, so kann man die semiotischen Grenzen zwischen je zwei Zeichenklassen durch n-tupel von Subrelationen bestimmen.

1.1. Grenzen <n, n+m> für m = 1

G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)

G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)

G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))

G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))

G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)

G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))

G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)

G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)

G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)

1.2. Grenzen <n, n + m> für m = 2

G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.1, 1.3)

G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.2)) = (2.1, 2.2)

G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.1, 2.2)

G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))

G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (1.2, 1.3))

G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3))

G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), (1.2, 1.3))

G((3.2, 2.2, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3))

G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))

1.3. Grenzen $<n, n + m>$ für $m = 3$

G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.1, 1.2))

G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))

G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = (2.1, 2.3)

G((3.1, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.2)) = (3.1, 3.2)

G((3.1, 2.2, 1.3), (3.2, 2.2, 1.3)) = (3.1, 3.2)

G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (3.1, 3.2)

G((3.2, 2.2, 1.2), (3.3, 2.3, 1.3)) = ((3.2, 3.3), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))

G((3.2, 2.2, 1.3), (3.1, 2.1, 1.1)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))

G((3.2, 2.3, 1.3), (3.1, 2.1, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.2, 1.3)),

usw.

2. Semiotische Ränder wurden in Toth (2013) durch folgende semiotischen Kategorien definiert

(.1.) = <—, —>

(.2.) = <(.1., —)>

(.3.) = <(.1.), (.2.)>,

Es besteht somit Isomorphie der generativen Ordnung der Primzeichen und derjenigen der semiotischen Kategorien

$(.1.) > (.2.) > (.3.) \cong$ <—, —>, <(.1., —)>, <(.1.), (.2.)>.

Definition 1: Involvation (INV) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen semiotischen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) < (c.d)$. Dies ist der Fall gdw. gilt: a) innerhalb der trichotomischen Teilordnung $(.b) < (.d)$ und innerhalb der triadischen Teilordnung $(a.) < (c.)$.

Definition 2: Suppletion (SUP) ist diejenige Relation eines Subzeichens, welche zwischen all denjenigen Teilrelationen besteht, für die gilt: $(a.b) > (c.d)$. Man erhält die entsprechenden Bedingungen aus denen von INV, indem man "<" durch ">" ersetzt.

Für beide semiotischen Teilordnungen gilt dann

$\mathrm{INV}(a.b) \cup \mathrm{SUP}(a.b) = (a.b)°$

$\mathrm{INV}(a.b) \cap \mathrm{SUP}(a.b) = \emptyset$

Für die triadischen Teilordnungen Tr und die trichotomischen Teilordnungen Tt gilt

$\mathrm{INV}(a.b)_{Tr} = \mathrm{INV}(a.b)^{-1}{}_{Tt}$

$\mathrm{SUP}(a.b)_{Tr} = \mathrm{SUP}(a.b)^{-1}{}_{Tt}$.

Wir können somit für jede Zeichenklasse die zugehörigen involvativen und suppletiven Relationen bilden.

INV(3.1, 2.1, 1.1) = Ø

INV(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)

INV(3.1, 2.1, 1.3) = {(1.1), (1.2)}

INV(3.1, 2.2, 1.2) = {(1.1), (2.1)}

INV(3.1, 2.2, 1.3) = {(1.1), (1.2), (2.1)}

INV(3.1, 2.3, 1.3) = {(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)}

INV(3.2, 2.2, 1.2) = {(1.1), (2.1), (3.1)}

INV(3.2, 2.2, 1.3) = {(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)}

INV(3.2, 2.3, 1.3) = {(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)}

INV(3.3, 2.3, 1.3) = {(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)}

=================================

SUP(3.1, 2.1, 1.1) = {(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)}

SUP(3.1, 2.1, 1.2) = {(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)}

SUP(3.1, 2.1, 1.3) = {(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)}

SUP(3.1, 2.2, 1.2) = {(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)}

SUP(3.1, 2.2, 1.3) = {(3.2), (3.3), (2.3)}

SUP(3.1, 2.3, 1.3) = {(3.2), (3.3)}

SUP(3.2, 2.2, 1.2) = {(3.3), (2.3), (1.3)}

SUP(3.2, 2.2, 1.3) = {(3.3), (2.3)}

SUP(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)

SUP(3.3, 2.3, 1.3) = Ø

Für jede Zkl gilt somit

(3.a, 2.b, 1.c)° = INV(3.a, 2.b, 1.c) ∪ SUP(3.a, 2.b, 1.c),

INV(3.a, 2.b, 1.c) ∩ SUP(3.a, 2.b, 1.c) = Ø

INV(.a, .b, .c) = INV(3., 2., 1.)$^{-1}$

SUP(.a, .b, .c)$_{Tr}$ = SUP(3., 2., 1.)$^{-1}{}_{Tt}$.

Die Mengen der involvativen und der suppletiven Relationen jedes Zeichens partitionieren somit das zu jedem Zeichen komplementäre "semiotische Universum" (vgl. Bense 1983) entsprechend der Position jeder Subrelation innerhalb der triadischen und innerhalb der trichotomischen Ordnung der Primzeichen bzw. der semiotischen Kategorien.

3. Die Ränder von Grenzen bzw., dual dazu, die Grenzen von Rändern lassen sich semiotisch nun natürlich einfach durch die Schnittmengen beider bestimmen. Für beschränken uns hier auf die Grenzen <n, n+m> für m = 1. Sei INV(Zkl) = $\mathcal{R}_\lambda$(Zkl) und SUP(Zkl) = $\mathcal{R}_\rho$(Zkl)

3.1.

G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (1.1, 1.2)

$\mathcal{R}_\lambda$(3.1, 2.1, 1.1) = Ø

$\mathcal{R}_\rho$(3.1, 2.1, 1.1) = {(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.2), (1.3)}

$\mathcal{R}_\lambda$(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)

$\mathcal{R}_\rho$(3.1, 2.1, 1.2) = {(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)}

Somit haben wir

G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) ∩ $\mathcal{R}_\lambda$(3.1, 2.1, 1.1) = Ø

G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) ∩ $\mathcal{R}_\rho$(3.1, 2.1, 1.1) = (1.2)

G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) ∩ $\mathcal{R}_\lambda$(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)

G((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) ∩ $\mathcal{R}_\rho$(3.1, 2.1, 1.2) = Ø.

3.2.

G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) = (1.2, 1.3)

$\mathcal{R}_\lambda$(3.1, 2.1, 1.2) = (1.1)

$\mathcal{R}_\rho$(3.1, 2.1, 1.2) = {(3.2), (3.3), (2.2), (2.3), (1.3)}

$\mathcal{R}_\lambda$(3.1, 2.1, 1.3) = {(1.1), (1.2)}

$\mathcal{R}_\rho$(3.1, 2.1, 1.3) = {(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)}

Somit haben wir

G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) ∩ $\mathcal{R}_\lambda$(3.1, 2.1, 1.2) = Ø

$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.2) = (1.3)$

$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$

$G((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \emptyset$.

3.3.

$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) = ((2.1, 2.2), (1.2, 1.3))$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = \{(1.1), (1.2)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.2), (2.3)\}$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$

Somit haben wir

$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.1, 1.3) = (1.2)$

$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.1, 1.3) = (2.2)$

$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = (2.1)$

$G((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$.

3.4.

$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) = (2.2, (1.2, 1.3))$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = \{(3.2), (3.3), (2.3), (1.3)\}$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$

Somit haben wir

$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.2) = \emptyset$

$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.2) = (1.3)$

$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = (1.2)$

$G((3.1, 2.2, 1.2), (3.1, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$.

3.5.

$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) = ((2.2, 2.3), 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = \{(3.2), (3.3), (2.3)\}$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$

Somit haben wir

$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$

$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.2, 1.3) = (2.3)$

$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3)$

$G((3.1, 2.2, 1.3), (3.1, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \emptyset$.

3.6.

$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) = ((3.1, 3.2), (2.2, 2.3), (1.2, 1.3))$

$\mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.2), (2.3)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = \{(3.2), (3.3)\}$

$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$

Somit haben wir

$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.1, 2.3, 1.3) = (2.2, 2.3, 1.2)$

$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.1, 2.3, 1.3) = (3.2)$

$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = (3.1)$

$G((3.1, 2.3, 1.3), (3.2, 2.2, 1.2)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (2.3, 1.3)$.

3.7.

$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) = (1.2, 1.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \{(1.1), (2.1), (3.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = \{(3.3), (2.3), (1.3)\}$

$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$

Somit haben wir

$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$

$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.2) = (1.3)$

$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = (1.2)$

$G((3.2, 2.2, 1.2), (3.2, 2.2, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$.

3.8.

$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) = (2.2, 2.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (3.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = \{(3.3), (2.3)\}$

$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$

Somit haben wir

$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.2, 1.3) = \emptyset$

$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.2, 1.3) = (2.3)$

$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = (2.2)$

$G((3.2, 2.2, 1.3), (3.2, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$.

3.9.

$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) = (3.2, 3.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$

$\mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2)\}$

$\mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$

Somit haben wir

$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.2, 2.3, 1.3) = \emptyset$

$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.2, 2.3, 1.3) = (3.3)$

$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\lambda(3.3, 2.3, 1.3) = (3.2)$

$G((3.2, 2.3, 1.3), (3.3, 2.3, 1.3)) \cap \mathcal{R}_\rho(3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$.

Ferner haben wir den folgenden Satz der mathematischen Semiotik:

SATZ. Sei $G(Zkl_n, Zkl_{n+1}) = ((a.b), (c.d))$. Dann gilt: Wenn $G(Zkl_n, Zkl_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(Zkl_n) = G(Zkl_n, Zkl_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(Zkl_{n+1}) = \emptyset$ ist, dann ist $G(Zkl_n, Zkl_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\rho(Zkl_n) = (c.d)$ und $G(Zkl_n, Zkl_{n+1}) \cap \mathcal{R}_\lambda(Zkl_{n+1}) = (a.b)$.

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Involvation und Suppletion I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

2.12.2013